

פתרון משוואות הדורשות שימוש ב"חוש למבנה": הבדלים בין בנים לבנות

רוית פלדמן ורונית בסן־צינצינטוס

תקציר

בחינוך המתמטי אפשר לזהות כי לתלמידים רבים חסרה מיומנות בהתבוננות לוגית על ביטויים אלגבריים. בשל חסר זה הם ניגשים לתרגיל בצורה טכנית, דבר המתבטא במשך הזמן הדרוש עד הגעה לפתרון, בריבוי טעויות חישוב ובקושי למצוא פתרון לתרגילים הדורשים תפיסה מבנית (Hoch & Dreyfus, 2004). מיומנות חסרה זו מכונה "חוש למבנה", ובאלגברה הנלמדת בתיכון היא מתבטאת באי־יכולת לזהות מבנה מוכר בצורתו הפשוטה ביותר, לטפל בביטוי אלגברי מורכב כיחידה ולזהות מבנה מוכר בצורה המורכבת יותר, כך שאפשר להציב אותו ביעילות.

מחקרים בנושא מגדר מעידים על פערים בין המינים במתמטיקה. על פי נתוני הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2016), בין השנים תש"ע לתשע"ה היה שיעור הבנים הנבחנים במתמטיקה ברמה מוגברת גבוה משיעור הבנות הנבחות ברמה מוגברת. מאמר זה מתמקד בהבדלים המגדריים המתגלים בפתרון משוואות עם שברים אלגבריים, שאותן אפשר לפתור בצורה יעילה יותר באמצעות "חוש למבנה".

ממצאי המחקר הנוכחי מראים כי שיעורי ההצלחה של הבנים ושל הבנות כאחד לא היו גבוהים במיוחד, וירדו ככל שעלתה מורכבות הדרך לפתרון. במרבית השאלות שיעור ההצלחה של הבנים עלה על זה של הבנות. נמצאו הבדלים בין בנים לבנות בכחירת אסטרטגיה לפתרון. הבנות בחרו בדרך הטכנית, הבטוחה והמוכרת, אשר הקשתה על הגעה לפתרון, ואילו הבנים נטו יותר לבחור באסטרטגיה אחרת ולהפעיל אלגוריתם מתאים, שהיה הדרך היעילה לפתרון.

מילות מפתח: חוש למבנה; חוש למספרים; ביטויים אלגבריים; הבדלי מגדר

מבוא

במאמר "חוש למבנה באלגברה תיכונית: מקרה של סוגריים" (Hoch & Dreyfus, 2004) מוצג תרגיל בנושא סדרות מתוך בחינת בגרות במתמטיקה 4 יח"ל. התלמיד המובא כדוגמה טעה בהעתקת המשוואה וקיבל את המשוואה הבאה: $1 - \frac{1}{n+2} - \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{132}$. הוא פעל על פי כל כללי האלגוריתמים שלמד: כפל והביא את שני האגפים למכנה משותף, פתח סוגריים, כינס איברים דומים והגיע לפתרון $n=-2$. פרט לכך שלא התייחס לתחום ההצבה של המשוואה (המספרים המאפשרים לביטוי להיות מוגדר) ולעובדה שהפתרון חייב להיות מספר טבעי, התלמיד לא טעה. פתרונו אכן מעיד על שליטה סבירה בטכניקה אלגברית, אולם ניכר שהוא חסר מיומנות אחרת. הוא לא הבחין כי באגף השמאלי מופיע הפרש של שני ביטויים זהים, כך שהתקבלה משוואה בעלת המבנה: אפס שווה למספר שונה מאפס. לכן פתרון המשוואה הוא הקבוצה הריקה, וזאת בלי לבצע אף חישוב. מיומנות חסרה זאת מכונה "חוש למבנה".

היעדר חוש למבנה (structure sense) (Linchevski & Livneh, 1999) הוא קושי שיש לתלמידים בשימוש במבנה אריתמטי כדי לפתור בעיות בתחילת לימודי האלגברה. יש לחשוף את התלמידים למבנה התרגיל כבר במהלך לימודי האריתמטיקה כדי שיפתחו חוש למבנה, ובאמצעותו יוכלו להשתמש במבנים שקולים של ביטויים אלגבריים בצורה גמישה ויעילה.

תלמיד נחשב בעל חוש למבנה באלגברה תיכונית אם הוא מסוגל לזהות מבנה מוכר בצורתו הפשוטה ביותר, לטפל בביטוי אלגברי מורכב כיחידה, לזהות מבנה מוכר בצורה מורכבת יותר באמצעות הצבה מתאימה, ולזהות פעולות שכדאי לבצע כדי לנצל את המבנה לפתרון הבעיה הנתונה. ארבע יכולות אלה מדורגות בסדר היררכי. כדי לשלוט ביכולת כלשהי הכרחי לשלוט ביכולות שקודמות לה.

סימנים להופעה עתידית של חוש למבנה באלגברה תיכונית מופיעים כבר בגיל צעיר בלימודי האריתמטיקה בבית הספר היסודי, והם מכונים בספרות המקצועית "חוש למספרים". חוש למספרים מתבטא ביכולת להבין את הקשרים בין המספרים ובין פעולות החשבון, להשתמש במספרים בצורה גמישה, להשתמש באומדן ולשפוט סדרי גודל של מספרים, לשפוט את ההיגיון של התשובות, לעבור בין דרכי הצגה

שוונות של מספרים ולקשר בין תשובות שמתקבלות ובין המציאות וכך להשתמש במספרים בצורה חכמה (Markovits, Hershkowitz, & Bruckheimer, 1989).

מטרת המחקר

מטרת המחקר הנוכחי לבחון אם יש הבדלים מגדריים בכיצועי התלמידים בעת פתרון משוואות שנדרש בהן שימוש בחוש למבנה.

שאלות המחקר

1. האם יש הבדלים בהישגים של בנים ובנות בפתרון משוואות אשר נדרש בהן חוש למבנה?
2. האם יש הבדלים בדרך שבה בוחרים בנים ובנות לפתור משוואות הדורשות חוש למבנה?

סקירת ספרות

קשיי תלמידים באלגברה

אחת הסיבות לקשיים בהפעלת טכניקה אלגברית היא שהתכנים נלמדים בצורה טכנית ולא מתבססים על הבנה (Booth, 1981; Hoch & Dreyfus, 2004). תלמידים מצליחים בדרך כלל לפתור משוואות ואי־שוויונות מסוימים ממעלה ראשונה ושנייה, אך התהליכים שהם נוקטים חסרי משמעות עבורם. נמצא כי הם נתקלים בקשיים כאשר אי אפשר לפתור את הבעיה בגישה אנליטית וכאשר אין רמז לאלגוריתם מוכר שיוביל לפתרון (סוזן, 2000). תלמידים מעדיפים את הפתרון החישובי מכיוון שפתרון זה בטוח יותר מבחינתם, ומכיוון שהם נכנסים לרוטינה של עבודה טכנית (Steinberg, Sleeman, & Ktorza, 1990).

בהתמודדות עם משימה שעבודה אין אלגוריתם מוכן ומידי המגדיר באופן שלם את שיטת הפתרון, הפותר מתלבט בין מודלים ובוחר את המודל שנראה לו הנוח ביותר לפתרון הבעיה. ההתלבטות והבחירה מכוונת "שימוש בתובנה מתמטית", והשימוש במודל המתמטי מכוונה "אסטרטגיה לפתרון" (גירון, 2009). ארבבל (1990) טוען כי בחירה הולמת של אסטרטגיה היא חלק מהתהליך המוביל לפתרון הבעיה.

אסטרטגיה תהיה טובה אם בחירתה תוביל לכיוון יעיל, ואסטרטגיה תהיה גרועה אם בחירתה תוביל למבוי סתום. שליטה במגוון רחב של אסטרטגיות או טכניקות לחיפוש הפתרון צוינה כאחד המרכיבים המהותיים להצלחתו של פותר הבעיה. תלמידים נוטים לפנות לרעיון הראשון שנראה להם מתאים כדי להגיע לפתרון, ללא תכנון וניתוח מעמיק של מאפייני הבעיה ונתונה. תופעה זו של תכנון נמהר עקב היעדר בקרה עצמית ראשונית עלולה להתרחש במגוון תחומים הדורשים פתרון בעיות, ואפילו יומיומיות, וגם בעת פתרון בעיות במתמטיקה (Schoenfeld, 1992). בעת קבלת החלטות הנטייה הטבעית שלנו כבני אדם היא לפנות אל המוכר לנו מהעבר, גם כשהבחירה הזו איננה מתאימה דווקא. גישות פתרון לקויות אצל תלמידים הן תולדה של תכנון פזיז, שעלול להוביל לפתרון שגוי או בלתי יעיל. בין גישות אלה יש נטייה לשימוש על דרך האנלוגיה בדרך מוכרת מבעיה דומה, וכן פנייה מידית וחפוזה לטכניקות פתרון פשוטות ובסיסיות, כאשר בפועל התוצאות אינן מתקבלות ביעילות. הפנייה המידית של תלמידים לפתרונות כאלה נעשית בצורה אינסטינקטיבית או אינטואיטיבית (Ginat, 2007). וינר (2000) טוען כי תגובה אינטואיטיבית מבוססת על מנגנון ייחודי: כאשר אנו נתקלים במצב המחייב התייחסות אנו בודקים אם מצב זה דומה לאחד המצבים המוכרים לנו מן העבר, ומגיבים בהתאם. ברור כי ניסיונו הקודם של אדם ישפיע על תוצאות התהליך. ככל שניסיונו של האדם בתחום מסוים גדול יותר, האינטואיציות שלו בתחום יהיו טובות יותר.

הוראת המתמטיקה

בתחום החינוך המתמטי יש התלבטות מתמדת בין שתי גישות ללמידה בכיתה. האחת מדגישה את החשיבות שבהקניית התכנים המתמטיים העיקריים, תוך שימת דגש על הידע הפרוצדורלי (למשל, שימוש בפעולות חשבון ובמניפולציות אלגבריות). הגישה השנייה שמה דגש על פיתוח תהליכי החשיבה הדרושים להתמודדות עם בעיות מתמטיות, ובניית מודלים מתמטיים של סיטואציות מתחומים שונים (פרידלנדר, 2008).

לימוד המיומנויות האלגבריות תופס חלק ניכר מתכנית הלימודים של המתמטיקה בכיתות ז' עד י"ב. השליטה במיומנויות אלגבריות חשובה להתפתחות המתמטית של התלמידים. להשגת מטרה זו פותחו בעשורים האחרונים בתחום הוראת המתמטיקה בארץ אוספי תרגילים רבים שמטרתם לסייע ברכישת מיומנויות

אלגבריות. מאפייניהם העיקריים הם עיסוק ממוקד ברכישת מיומנויות אלגבריות המפורקות למרכיבים קטנים; מספר גדול (בסדר גודל של עשרות או מאות) של תרגילים דומים מאוד זה לזה; הדגשת פעילויות מתמטיות ברמה קוגניטיבית נמוכה (ידע טכני ויכולת שחזור); גיוון ברמת הקושי, המתבטא בהיבטים טכניים ולא ברמות חשיבה שונות דווקא; ביסוס הלמידה על תרגול חוזר של תרגילים רבים שפתרונם מודגם בתחילת כל פרק באוסף, ו/או על ידי המורה בכיתה. מאפיינים אלה מעמידים את מהלך הלמידה בפני קשיים רבים – הן מבחינה קוגניטיבית (למשל, ביסוס הלמידה על זכירת סדרה ארוכה של אלגוריתמים ללא הבנת משמעויותיהם), והן מבחינה רגשית (רתיעה מכמויות גדולות של תרגול חדגוני המקטין את העניין במקצוע). עקב זאת, טוען פרידלנדר, יש צורך לשנות את הגישה להוראת המתמטיקה ואת חומרי הלמידה שבהם משתמשים לצורך זה (פרידלנדר, 2008). סקמפ מצא כי מורים רבים מלמדים מהר מכדי להגיע להספק גבוה. הוא מבחין בין הבנה רלציונית (relational understanding) – ידיעה מה לעשות ומדוע, להבנה אינסטרומנטלית (instrumental understanding) – ידיעה כללית, ללא הבנת הסיבות וללא יכולת יישום גמישה. לטענתו, מורים ותלמידים רבים מתקשים בהוראה ובלמידה שמטרתה הבנה רלציונית (Skemp, 1976). מאפיין מרכזי של תכנית הלימודים במתמטיקה הוא שילוב לימוד מיומנויות חישוב עם לימוד לקראת הבנה. השילוב נועד להביא לכך שהמיומנויות יתמכו בפיתוח הבנה, ופיתוח ההבנה יתמוך בלימוד ובחיזוק של המיומנויות. מיומנויות החישוב מתייחסות לידע הקשור לביצוע פרוצדורות אריתמטיות ואלגבריות. לימוד לקראת הבנה כולל הבנת מושגים, מציאת קשרים בין מושגים שונים ופתרון בעיות מתמטיות ובעיות מתחומי דעת אחרים (משרד החינוך והתרבות, 2013). אף ששימוש במבנה אלגברי אינו מופיע בתכניות הלימודים בצורה רשמית וישירה אפשר לשלבו למעשה בכל תוכני לימוד המתמטיקה.

מגדר

במסמך רקע לדיון שהתקיים בכנסת בנושא הברדלים בין המינים במערכת החינוך טענה בן ששון־פורסטנברג (2001) כי בישראל הישגי הבנים במתמטיקה ובמדעים המדויקים עולים על הישגי הבנות באופן מובהק. הפערים בין המינים קיימים כבר בשלבי החינוך הראשונים בגיל הרך, ומתבטאים בהישגיהם של תלמידים ותלמידות בכל שלבי הלימוד, החל בבית הספר היסודי וכלה במוסדות ההשכלה הגבוהה.

במחקר בין-לאומי להשוואת הישגים לימודיים של תלמידי כיתה ח' במתמטיקה ובמדעים (TIMSS) שנערך בשנת 1999 נמצא כי רק בארבע מדינות (מתוך 38) היה פער מובהק בהישגים במתמטיקה בין הבנים והבנות לטובת הבנים, וישראל בכללן. במדינות אחרות בעולם לא נמצאו פערים של ממש ובמקומות רבים אין פערים כלל (בן ששון-פורסטנברג, 2001).

על פי נתוני הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2013), שיעור הנשים בקרב כלל מקבלי תואר ראשון, בחלוקה לפי תחום, נע בין כ-83% במקצועות חינוך ובמקצועות עזר רפואיים ל-28% בהנדסה ואדריכלות.

ההבדלים בייצוג המגדרי אינם מתגלים רק במוסדות להשכלה גבוהה. כאמור, זהו השלב האחרון בתהליך שמתחיל כבר בשנות בית הספר. בנים ובנות נכנסים לבית ספר היסודי עם ידע שווה בממוצע, אך עם הזמן נוספים הבדלים: נשים מבטאות יכולות מילוליות טובות יותר, איות טוב יותר, יכולת הבעה משופרת בכתב ובעל פה וזכירה טובה של חומר מילולי. גברים טובים יותר ברוטציות מנטאליות של גופים או מפות, בעוד שנשים טובות יותר בזכירת תוואי שטח בולטים ובמיקום של עצמים. גברים טובים יותר בפתירת בעיות מילוליות ונשים טובות יותר בתרגילים חישוביים (גזית, 2012). שאלת הפערים הבין-מגדריים במתמטיקה היא בעלת חשיבות תאורטית ויישומית רבה, שכן בעודם משקפים את תמונת הלימודים העכשווית, הם עשויים גם לנבא את ההתפתחות המקצועית של התלמידים בהמשך החיים, ולהשפיע על בחירת תחום הלימוד, השתכרות עתידית, הגעה לעמדות מפתח והשפעה על החברה והכלכלה (Hyde, Fenemma & Lamon, 1990, מצוטטים אצל רפ, 2014). הספרות המקצועית חלוקה בנוגע למקור הפער הבין-מגדרי. יש שתי גישות: האחת סוברת כי מקור הפער גנטי, והשנייה סוברת כי הפער נובע מגורמים סביבתיים.

גזית (2012) מצביע על כך שישנם חוקרים הסוברים שהבדלים פיזיולוגיים וביולוגיים בין גברים לנשים הם הגורמים להבדלים ביכולות המתמטיות. בגישה זו מודגש השוני בהתפתחות המוח כגורם עיקרי להבדלים בין המינים בתפקוד האינטלקטואלי. מרלין (1995) טוענת כי בקרב החוקרים התומכים בגישה זו מתגלות סתירות בתאוריות הנוגעות להתפתחות המוח. לראיה היא מציגה את טענת החוקרים באפרי וגריי (Buffry & Gray, 1972) כי ההמיספרה השמאלית של המוח מתפתחת מוקדם יותר אצל נשים, והיא זו המעודדת את התפתחותו של הכושר המילולי, ואילו ההתפתחות האטית יחסית אצל הגברים מעודדת התפתחות

דו-צדדית של המוח, שהיא הכרחית לכישורים מרחביים. לעומתם, היא מציגה את טענת החוקרים לביא, אגרסטי וספרי (1968) שיתרונו של הגבר בתפיסה מרחבית הוא תוצאה ישירה של התפתחות ניכרת של ההמיספרה השמאלית, והתפתחות זו מסבירה מדוע לגברים יתרון בכישורים מרחביים, במתמטיקה ובפתרון בעיות היגיון.

לעומת גישה גנטית זו, חוקרים אחרים תומכים בגישה הסביבתית, וטוענים כי המקור לחשיבה מתמטית הוא ביולוגי ומתפתח על בסיס קוגניטיבי דומה אצל בנים ובנות, ולכן אינו מנבא הבדלים מגדריים. זורמן ודויד (2000) מדגישות כי ההבדלים הגנטיים שהתגלו בין המינים לא מצדיקים את הפערים הגדולים בהישגי הבנים והבנות. אברהמי-ענת (2006) מחזקת טענה זו וטוענת כי בין בנים לבנות אין הבדלים ביכולת, אלא בגישה, בנטייה ובמידת הביטחון העצמי. ככלל, קשה לקבוע באיזו מידה הפערים נובעים מהבדל ביולוגי, שכן התנסויות משפיעות גם הן על תפקודים קוגניטיביים. בספרות המחקרית מתוארות הסיבות הסביבתיות הבאות לפערים מגדריים ולהצלחה הנמוכה יחסית של בנות במתמטיקה לעומת בנים:

◀ גורמים חברתיים. ילדים וילדות מוקפים מינקות במשחקים, בדמויות, בספרים, בסרטים ובייצוגים בפרסומות (אברהמי-ענת, 2006). ייצוגים אלו משמרים את החלוקה למקצועות גבריים ונשיים ואת היכולות המיוחדות לכל מין, ומייחסים לבנים (אך לא לבנות) יכולת טכנית, יכולת לפתרון בעיות, יוזמה והצלחה.

הורים רבים מחנכים את בניהם להיות עצמאיים והישגיים, בעוד שאת הבנות מחנכים להיות ממושמות, אחראיות ובעלות אוריינטציה לעזרה לזולת. הורים רבים מעודדים את בניהם יותר מאשר את בנותיהם לעסוק בפעילויות הקשורות למדעים. ככית הספר ובגן מקבלים בנים ובנות ממוריהם יחס דומה לזה שהם מקבלים בבית, ובעקבות זאת בנות אינן משקיעות את המאמצים הנדרשים כדי להגיע למיצוי יכולותיהן. הורים נוטים להקדיש זמן רב יותר לקשר מילולי עם הבנות, ואילו עם הבנים הם מעדיפים לשחק משחקים נמרצים ואלים יותר. בנים משחקים בסגנון תחרותי יותר ובנות נוטות להיות אינטימיות יותר ביחסיהן, מעודדות זו את זו ותומכות זו בזו. באמצעות המשחקים הללו בגיל הילדות נרכשות מיומנויות ודרכי התנהגות שונות המשפיעות על תהליך הסוציאליזציה של בנים ובנות בחברה. תהליך

זה שונה בין המינים ולכן משפיע על ההעדפות שלהם ועל דרכי ההתמודדות שלהם במתמטיקה ובמדעים (בן ששון-פורסטנברג, 2001).

מורים למתמטיקה מאמינים כי בנות שבחרו ללמוד מתמטיקה ברמה גבוהה הן מיוחדות במינן. הם מעבירים מסר זה – לעתים באופן סמוי ולא מודע – גם לתלמידיהם (עמית ומובשוביץ-הדר, 1989). גזית (2012) בדק עמדות מורים למתמטיקה כלפי חשיבה מתמטית וסגנון למידה של בנות בהשוואה לבנים, ומצא כי רוב הנבדקים הסכימו שבנות אינן יכולות להצטיין במתמטיקה מכיוון שהן חסרות חשיבה לוגית-מתמטית. גם אברהמי-עיינת (1993) מצאה כי מורים ומורות מתייחסים באופן שונה ולא שוויוני אל בנים ובנות, ורמת הציפיות שלהם מהבנות נמוכה לעומת הבנים. בדומה למחקר של אברהמי-עיינת, מצא טידמן (Tiedemann, 2002) כי תפיסות מורים נבעו מסטראוטיפים מגדריים יותר מאשר מאינדיקטורים אובייקטיביים הקשורים לביצועיהם הממוצעים והנמוכים של הילדים. זוהו הבדלים מגדריים באמונות המורים והמורות לגבי יכולות התלמידים. המורים הביעו דעה משוחרת שבכוחה להיות מזיקה יותר להישגי הבנות מאשר לאלה של הבנים. מכאן שההורים והמורים אחראים על ההבדל המגדרי הידוע באמונות התלמידים עצמם לגבי היכולות המתמטיות שלהם, ובכך הם יכולים להשפיע על הישגיהם.

המשפחה והמורים אינם סוכני התרבות המרכזיים היחידים בקרב ילדים ונוער. חשיבות רבה יש לקבוצה החברתית. בחברת הילדים בנות המצליחות בלימודי מדע מאבדות מהפופולריות שלהן ונחשבות נשיות פחות. חוקרות בתחום המחוננות מתארות כי "הילדה המחוננת יודעת שהיא יכולה להגיע להישגים גבוהים ואולם היא מפחדת שהדבר יעשה אותה לא פופולרית אצל בנים". גם אמצעי התקשורת השונים יוצרים ציפיות סטראוטיפיות (זורמן ודויד, 2000).

גורם נוסף הוא המחסור בדמויות רלוונטיות של נשים במדע שאפשר להזדהות עמן. מתברר שפרט לשמה של מארי קירי לא מוכרים שמות של מדעניות אחרות (רובין, 2006). אף שלאורך ההיסטוריה היו מתמטיקאיות גדולות פרסומן היה בטל בשישים, והן כמעט ולא הוזכרו במסמכים המתמטיים לתולדות המתמטיקה (גזית, 2004).

◀ **הבדלים אישיותיים וסגנוניים.** בדיקת הישגי הבנות בלימודי מתמטיקה לבגרות מוכיחה שההבדל בין בנים לבנות מתבטא בבחירת היקף הלימודים במתמטיקה. שיעור הבנות שנבחנות ב-3 יחידות לימוד גבוה משיעור הבנים. שיעור הבנות שנבחנות ב-4 יחידות לימוד שווה לשיעור הבנים, ואילו ב-5 יחידות לימוד המגמה מתהפכת: שיעור הבנים כמעט כפול משיעור הבנות, אך לעומת זאת שיעור המצטיינות ב-5 יחידות לימוד עולה מעט על שיעור המצטיינים. אפשר להניח שחלק מהבנות המצטיינות ב-4 יחידות לימוד היו יכולות ללמוד בהצלחה גם 5 יחידות לימוד, אך הן מסתפקות בציונים גבוהים בהיקף לימודים מצומצם בשעה שבנים רבים אינם מוותרים לעצמם, ובוחרים להתמודד עם רמות לימוד גבוהות יותר (בן ששון-פורסטנברג, 2001; גזית, 2012).

נמצאו הבדלים בין בנים לבנות גם בייחוס הסיבות להצלחה ולכישלון במתמטיקה ובמדעים, ויש לכך השלכה על התנהגותם. כאשר בנים התבקשו להסביר את הסיבות להצלחותיהם הם ייחסו את ההצלחה לעצמם ואת הכישלון לאחרים ("הצלחתי במתמטיקה כי ידעתי את החומר", לעומת "נכשלתי כי הבחינה הייתה קשה"). בנות, לעומת זאת, הגיבו באופן הפוך. הן ייחסו את ההצלחה לאחרים ואת הכישלון לעצמן ("הצלחתי כי הייתה לי מורה טובה", לעומת "נכשלתי כי אני לא מוכשרת במתמטיקה"). עוד מתגלה התופעה המכונה "תסמונת סינדרלה": נשים רבות נרתעות מהצלחה ונוטות לקבל "רגליים קרות" כשהן אמורות לממש את ההזדמנויות הנקרות בדרך (עמית ומובשוביץ-הדר, 1989; זורמן ודויד, 2000).

גורם נוסף להבדלים בהישגי בנים ובנות קשור לסגנון הלמידה השונה שלהם. פנמה וקרפנטר (Fennema & Carpenter, 1998) בדקו את ההבדלים בין בנים לבנות במתמטיקה בכיתות א' עד ג', ומצאו הבדלים רק באסטרטגיות שנקטו לפתרון בעיות ולא בהישגים במבחנים. בנות נטו להשתמש באסטרטגיות פתרון מוחשיות כמו מודלים ומנייה, ולעומתן בנים נטו להשתמש באסטרטגיות פתרון מופשטות יותר ששיקפו הבנה תפיסתית, כמו הסקת מסקנות או המצאת אלגוריתם. הבנות השתמשו גם במספר רב של אלגוריתמים סטנדרטיים בהשוואה לבנים. סאודר (מצוטטת אצל גזית, 2012) טוענת כי השימוש שבנות עושות באסטרטגיות מוחשיות עלול להביא לפחות הבנה של עקרונות ומושגים שעליהם מתבססים לימודי

המתמטיקה בהמשך. גם זורמן ורויד (2000) טוענות כי בנים נוטים להיות יותר תחרותיים, אימפולסיביים ולוקחי סיכון, ולכן יהססו פחות מבנות לפתור בעיות קשות שהדרך לפתרון אינה ידועה להם. כאשר אינם יודעים את התשובה הם מעזים לנחש, ומעדיפים בעיות הדורשות תשובה קצרה. לעומתם, בנות רפלקטיביות יותר ומעדיפות מתן תשובה ארוכה ומנומקת.

השיטה

במחקר השתתפו 48 תלמידים, 23 בנים ו-25 בנות, משכבת כיתה י' בבית ספר שש-שנתי (כיתות ז' עד י"ב) במרכז הארץ. המחקר שילב גישה כמותנית ואיכותנית. התשובות למשימות המתמטיות שהתבקשו המשתתפים לפתור נותחו בכלים בסיסיים, ונערכו ראיונות אישיים עם שמונה מבין התלמידים שהשתתפו במחקר. כלי המחקר כללו שש שאלות מתמטיות, שאת כולן, פרט לשאלה 3, אפשר היה לפתור באופן יעיל באמצעות חוש למבנה. שאלה 3 הייתה השאלה היחידה שהדרך היחידה לפתור אותה הייתה באמצעות טכניקה אלגברית של פתרון משוואה שגרתית, והיא לא דרשה חוש למבנה.

את שאלות 1, 4, 5 אפשר היה לפתור גם ללא שימוש בחוש למבנה, אך תלמיד אשר ביטא חוש למבנה יכול היה למצוא דרך פתרון יעילה ומהירה יותר. שאלה 2 לא דרשה פתרון משוואה, אך דרשה זיהוי מבנה אלגברי נתון ושימוש בו כדי להגיע לתשובה הנכונה. שאלה 6 דרשה מהתלמיד לבצע מניפולציה אלגברית ולזהות את המבנה. ללא זיהוי המבנה האלגברי קשה היה לענות על השאלה. (לתלמידים לא היו כלים אלגבריים מתאימים לפתור את המשוואה בדרך אחרת). באיור 1 להלן מוצגות השאלות המתמטיות.

איור 1: השאלון שהתלמידים התבקשו לפתור

הסבירו בפירוט רב ככל האפשר כיצד הגעתם לפתרוכם.

1. פתור את המשוואה הבאה: $1 - \frac{1}{x+2} - (1 - \frac{1}{x+2}) = \frac{1}{132}$

2. אם ידוע כי $x^3 + 3x = 18$. מצא את ערכם של הביטויים הבאים:

א. $x^3 + 3x + 12$

ב. $6x + 25 + 2x^3$

ג. $\frac{5x(x^2 + 3)}{3 - x^3 - 3x}$

ד. $x^6 + 6x^4 + 9x^2$

3. פתור את המשוואה הבאה: $\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4}{x^2 + 2x}$

4. פתור את המשוואה הבאה: $\frac{1}{4} - \frac{x}{x-1} - x = 5 + \left(\frac{1}{4} - \frac{x}{x-1}\right)$

5. נתונה המשוואה $\frac{1}{x-1} - \frac{2x+2}{x^2-1} = 1$

א. פתור את המשוואה.

ב. ענת פתרה את המשוואה והגיעה למשוואה השקולה: $1 - 2 = x - 1$

עבור $x \neq \pm 1$. האם ענת צודקת? נמק.

6. פתור את המשוואה הבאה: $\left(\frac{x^2+12}{x}\right)^2 - 15\left(x + \frac{12}{x}\right) + 56 = 0$

ממצאים

כאמור, שאלת המחקר הראשונה בדקה אם יש הבדלים בהישגים של בניס ובנות בפתרון משוואות אשר נדרש בהן חוש למבנה. כדי לענות על שאלה זו נבדקו שיעורי ההצלחה בפתרון המשימות אשר ניתנו כשאלון בחלוקה לבנים ובנות. "הצלחה" הוגדרה כפתרון המשוואה בדרך נכונה והגעה לפתרון מלא ונכון. לוח 1 מציג את אחוזי ההצלחה בפתרון השאלות. אפשר לראות כי אין הבדל מהותי בממוצע שיעור ההצלחה בין הבנים לבנות (42% לבנים לעומת 39% לבנות). עם זאת, למעט שאלות א2 וא3, שיעור ההצלחה של הבנים עלה על זה של הבנות בכל השאלות.

לוח 1: אחוזי ההצלחה בפתרון השאלות

מסבר שאלה	אחוזי הצלחה בניס	אחוזי הצלחה בנות	אחוזי הצלחה כלל הנבדקים
שאלה 1	43	40	42
שאלה א2	91	96	94
שאלה ב2	78	64	71
שאלה ג2	43	36	40
שאלה ד2	26	12	19
שאלה 3	22	40	31
שאלה 4	43	40	42
שאלה א5	48	40	44
שאלה ב5	13	12	13
שאלה 6	9	8	8
ממוצע	42	39	40

שאלת המחקר השנייה בדקה אם יש הבדלים בין בניס ובנות בדרך הפתרון של משוואות הדורשות חוש למבנה. כדי לענות על שאלה זו נבחנו דרכי הפתרון

בכל שאלה בחלוקה לבנים ובנות. תחילה התמקדנו בממצאים שהתקבלו בשלוש השאלות (1, 4, 5) שאותן אפשר היה לפתור בשתי דרכים, אך תלמיד אשר גילה חוש למבנה פתר אותן בדרך יעילה ומהירה יותר. פתרונות התלמידים מוינו לחמש קטגוריות:

1. פתרון נכון תוך שימוש בחוש למבנה – בקטגוריה זו נכללו תלמידים אשר הבחינו במבנה מוכר של המשוואה, ופתרו את המשוואה תוך שימוש במבנה הזהה ובכך עברו לצורה פשוטה יותר של המשוואה.
2. פתרון נכון ללא שימוש בחוש למבנה – בקטגוריה זו נכללו תלמידים אשר פתרו נכונה את המשוואה, אך הפתרון כלל פתיחת סוגריים או הכפלה במכנה משותף, ללא התייחסות למבנה הזהה במשוואה.
3. טכניקה נכונה עם טעות – בקטגוריה זו נכללו תלמידים אשר פתרו את המשוואה ללא התייחסות למבנה הזהה בתרגיל, פעלו על פי אלגוריתם נכון לפתרון משוואה, ובדרך הפתרון נמצאה טעות חישוב או שפתרוןם לא התייחס לקבוצת ההצבה.
4. טכניקה שגויה – בקטגוריה זו נכללו תלמידים אשר בפתרוןם ניכר חוסר שליטה בכללי האלגוריתמים של פתרון משוואה.
5. לא פתר – בקטגוריה זו נכללו תלמידים שכלל לא פתרו את השאלה.

לוח 2 מציג את התפלגות דרך הפתרון של הנבדקים בשאלות שנבחרו (באחוזים). אפשר לראות כי במוצע שיעור הבנים שפתרו את השאלות נכונה באמצעות חוש למבנה היה גבוה משיעור הבנות. לעומת זאת, אחוז יותר גבוה של בנות הצליחו לפתור נכונה על ידי טכניקה אלגברית ללא שימוש בחוש למבנה. כמעט מחצית מהנבדקים השתמשו בטכניקה נכונה ללא חוש למבנה וטעו באחד מהשלבים בדרך. לא נמצא הבדל משמעותי בין בנים לבנות בשימוש בטכניקה שגויה. עם זאת, אפשר לראות מגמה שונה בשאלה 5 לעומת שתי השאלות האחרות בקטגוריה. נדון בסיבות לכך בהמשך.

לוח 2: התפלגות דרך הפתרון של בניים ובנות בשאלות 1, 4, 5 (באחוזים)

ממוצע	שאלה 5א		שאלה 4		שאלה 1		דרך פתרון	
	בנות	בנים	בנות	בנים	בנות	בנים		
	$\frac{1}{x-1} - \frac{2x+2}{x^2-1} = 1$	$\frac{1}{4} - \frac{x}{x-1} - x = 5 + (\frac{1}{4} - \frac{x}{x-1})$	$1 - \frac{1}{x+2} - (1 - \frac{1}{x+2}) = \frac{1}{132}$					
20.3	0	8.7	16	34.8	0	17.4	נכון עם חוש למבנה	
5.3	20.3	0	8.7	16	34.8	0	17.4	נכון ללא חוש למבנה
24.6	40	39.1	24	8.7	40	26.1	טכניקה נכונה עם טעות	
49.3	42	40	43.5	56	39.1	52	43.5	טכניקה שגויה
11.6	20	8.7	4	13	8	13	לא פתר	
10.7	11.6	20	8.7	4	13	8	13	לא פתר
0	1.4	0	0	0	4.3	0	0	לא פתר

בשאלה 5 נתונה המשוואה $\frac{1}{x-1} - \frac{2x+2}{x^2-1} = 1$. כאמור, זוהי שאלה אשר אפשר לפתור גם ללא שימוש בחוש למבנה, אך השימוש בחוש למבנה יוביל לפתרון יעיל ומהיר. התלמיד אשר ישתמש בחוש למבנה יזהה כי אפשר להוציא גורם משותף במונה של אחד האיברים ולפרק את המכנה של אותו איבר על ידי נוסחת כפל מקוצר $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ואחר כך לצמצם את הביטוי המשותף. המשוואה שתתקבל שקולה וקלה יותר לפתרון בתחום ההגדרה של המשוואה הנתונה.

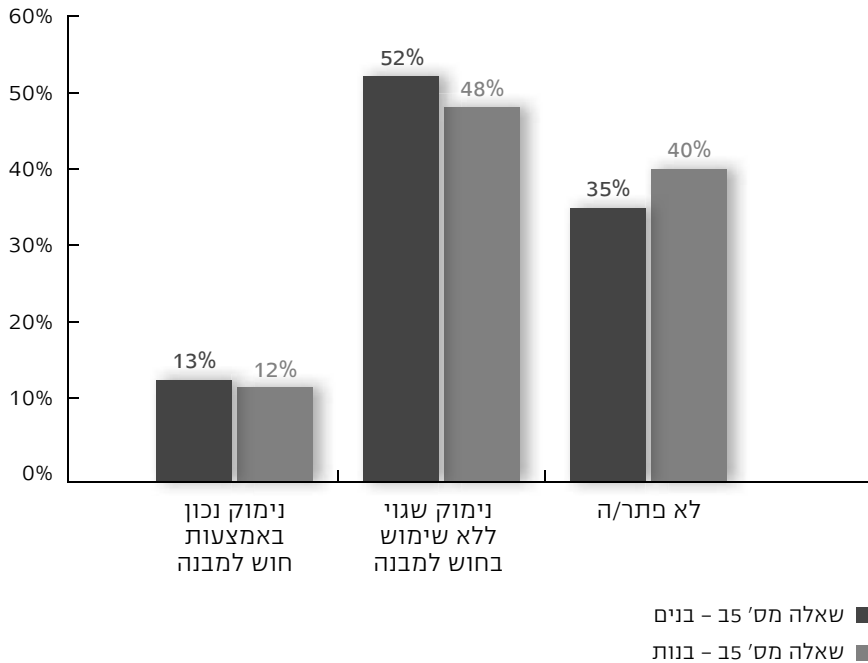
סעיף א' בדק אם התלמידים יבחרו בדרך המשתמשת בחוש למבנה. סעיף ב' בדק אם תלמידים אשר בסעיף א' לא פתרו באמצעות חוש למבנה יוכלו, לאחר הכוונה, לבצע את המניפולציה האלגברית הנדרשת ולהגיע למשוואה השקולה לה:

$$1 - 2 = x - 1 \quad \text{עבור } x \neq \pm 1$$

בשאלה 5ב הייתה התמונה שהתקבלה אצל הבנים והבנות כמעט זהה. 12% מהבנות לעומת 13% מהבנים פנו לחוש למבנה, וכמחצית מהבנים והבנות לא פנו

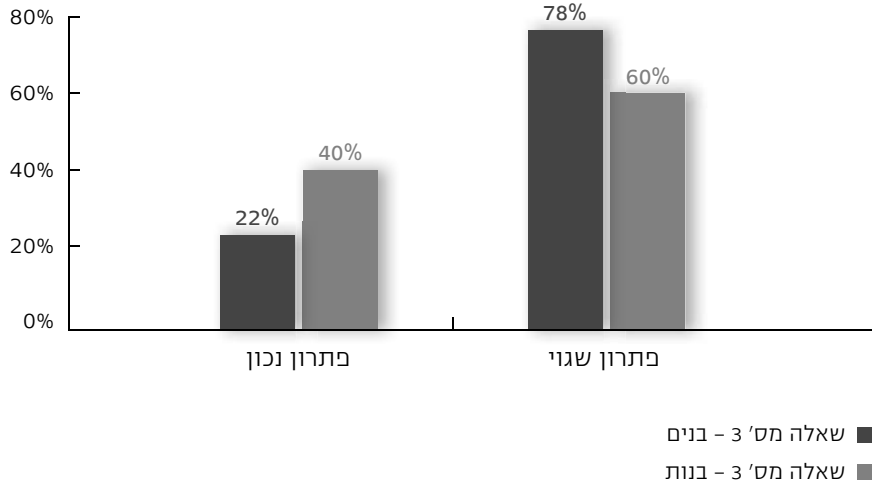
לשימוש בחוש זה וטעו בנימוק. תרשים 1 מציג את התפלגות התשובות בשאלה 35 בחלוקה לבנים ובנות.

תרשים 1: התפלגות התשובות בשאלה 35 בחלוקה לבנים ובנות



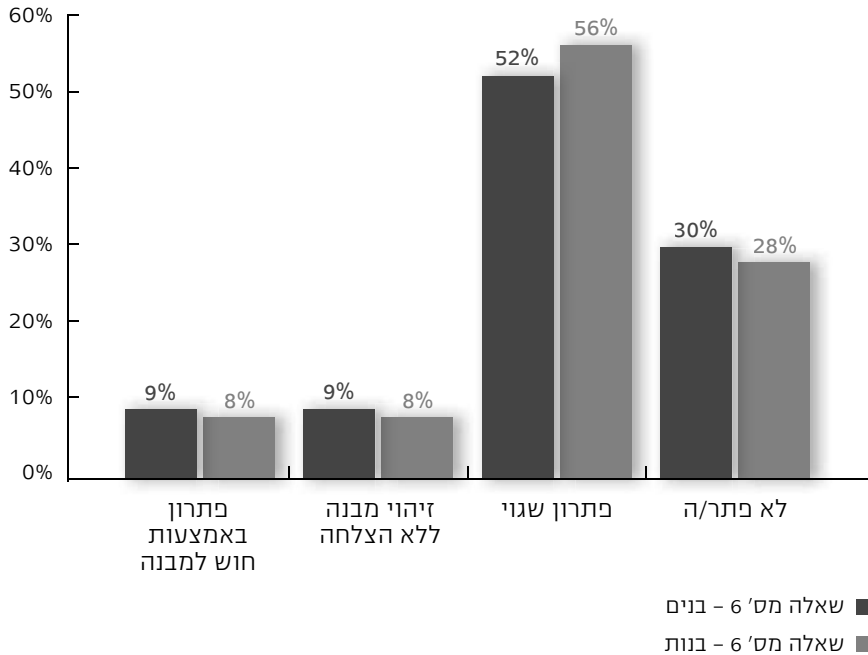
נתבונן עתה בשאלה 3: $\frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{4}{x^2+2x}$. משוואה זו מזמנת פתרון באמצעות טכניקה אלגברית שגרתית ולא טכניקה העושה שימוש בחוש למבנה. אפשר לראות כי הבנות שלטו יותר מהבנים בטכניקות אלגבריות, ו-40% מתוכן הצליחו לפתור את השאלה, לעומת 22% בלבד מהבנים. תרשים 2 מציג את התפלגות הפתרונות בשאלה 3 בדגש על ההבדל בין הבנים לבנות.

תרשים 2: התפלגות הפתרונות בשאלה 3 בחלוקה לבנים ובנות



שאלה 6 בשאלון, היא משוואה שלצורך פתירתה יש לבצע מניפולציה אלגברית ולזהות את המבנה. ללא זיהוי המבנה האלגברי קשה לפתור משוואה זו. בשאלה זו אפשר לזהות תמונה כמעט זהה בין הבנים לבנות. 18% מהבנים פנו לחוש למבנה (9% פתרו נכון), לעומת 16% מהבנות (8% פתרו נכון). למעלה ממצצית הבנים והבנות ניסו לפתור ללא חוש למבנה ושגו. כשליש מהבנים והבנות לא ניסו לפתור כלל. תרשים 3 מציג את דרכי הפתרון בשאלה 6 בדגש על ההבדל בין הבנים לבנות.

תרשים 3: התפלגות דרכי פתרון בשאלה 6



לוח 3 מציג את מידת הפנייה לחוש למבנה בכל אחת מהשאלות בחלוקה בין בנים ובנות, ואת הפערים ביניהם (הלוח אינו כולל את שאלה 3, שאותה אי אפשר לפתור באמצעות חוש למבנה). מן הנתונים עולה כי בממוצע הבנים פונים יותר לשימוש בחוש למבנה (38% מהבנים לעומת 29% מהבנות). לאורך כל השאלון פנו הבנים באופן עקבי לשימוש בחוש למבנה כאחוזים גבוהים יותר מאשר הבנות, והפערים בין המינים נעו בין 1% ל-19%. ככל שהתקדם השאלון מסתמנת מגמה של צמצום בפערים אלו, ובשאלות המורכבות הצטמצם הפער עד לכדי 1% בלבד.

לוח 3: מידת הפנייה לחוש למבנה (באחוזים)

מספר שאלה	מידת הפנייה לחוש למבנה – בנות	מידת הפנייה לחוש למבנה – בנים	כער
שאלה 1	0	17	17
שאלה 4	16	35	19
שאלה א5	0	9	9
שאלה 15	12	13	1
שאלה 6	16	17	1
תמוצע כלל השאלות	29	38	9

לוח 4 מציג את שיעורי ההצלחה בקרב הפונים לפתרון באמצעות חוש למבנה לעומת שיעורי ההצלחה של אלו שלא פנו לפתרון בדרך זו בכל שאלה (שוב, למעט שאלה 3). 36% מהתלמידים בממוצע פנו לחוש למבנה, ולהם היו אחוזי הצלחה גבוהים במיוחד (89%), לעומת 64% שניסו לפתור ללא זיהוי המבנה ולהם 11% הצלחה בלבד!

לוח 4: השפעת השימוש בחוש למבנה בפתרון השאלות על ההצלחה (באחוזים)

פונים לחוש למבנה	פונים לחוש למבנה – הצלחה	ללא חוש למבנה	ללא חוש למבנה – הצלחה	שאלה
8	100	92	36	שאלה 1
25	100	75	22	שאלה 4
4	100	96	41	שאלה א5
13	100	88	0	שאלה 15
17	50	83	0	שאלה 6
36	89	64	11	תמוצע

אף שלא נמצא הבדל מהותי בהישגים אפשר היה לזהות במהלך פתרון השאלות הבדל בין קבוצת הבנים לקבוצת הבנות בגישה, בהתייחסות ובסגנון הלמידה. לפני מילוי השאלון ניגשו כמה בנות וציינו כי הן לא חזרו על החומר והעלו חשש כי תוצאות השאלון ישוקללו בציון הסופי. גם במהלך מילוי השאלון ביקשו כמה בנות הסבר כיצד לפתור שאלה שבה נתקלו בקושי, ומאחר שלא נענו שאלו אם הן למדו את הנושא במהלך השנים ואם הן אמורות לדעת אותו. גישת הבנים הייתה שונה: הם מילאו את השאלון ללא שאלות וללא תהיות על השפעתו על הציון או הקשר לתכנית הלימודים.

הבדל זה נמצא גם בניחות ממצאי הראיונות. בקבוצת הבנות אפשר היה לראות תלות רבה בקבלת תשובות מהמורה ובחומר הנלמד בכיתה. הן ציפו לקבל תשובות ישירות ופחות תרגילים הדורשים חשיבה עצמאית, וציינו כי פתרו בצורה סכמטית בהתאם למה שלימדו אותן לאורך השנים ועל פי תכנית הלימודים. הבנות נטלו על עצמן פעמים רבות את ה"אשמה" שלא הבחינו במבנה התרגיל. תלמידה שפתרה את השאלון באופן טכני, לא שמה לב למבנה התרגיל ופנתה לאלגוריתם האלגברי המוכר לה התבקשה בריאיון להסביר מדוע לדעתה בחרה בדרך פתרון זו. היא ציינה: "בהתחלה לא שמתי לב. לא הסתכלתי על התרגיל..." היא אמרה עוד כי "הדרך הזו הייתה 'תקועה' לי יותר מדי בראש", והוסיפה כי "חשוב לא לפתור כמו רובוט" וכי "נראה לי שאם הייתי מקבלת את התרגיל בגיל צעיר, כך הייתי פותרת, אבל בגלל שלימדו אותנו את השיטות של לפתוח סוגריים ומכנה משותף אז אתה מתרגל לעבוד רק בשיטה הזו". תלמידה נוספת ציינה כי "הרבה פעמים קשה לי לראות... גם בתרגיל הזה לקח לי זמן לראות איך יהיה לי הכי קצר. לפעמים אני לא רואה את זה ישר. לוקח לי הרבה זמן לגלות את זה".

היבט מעניין נוסף שעלה מן הראיונות היה חוסר העצמאות בדרך לפתרון: "רציתי תשובה ואת לא נתת לי [...] אם יש בעיה בשיעורים אז בדרך כלל באים, שואלים את המורה והיא אומרת איך ניתן לפתור [...] וכאן [...] ביקשת מאתנו לחשוב..."

בקבוצת הבנים התגלה במהלך הראיונות כי הם ייחסו את ההצלחה או הכישלון בתרגיל בעיקר ליכולות אישיות וחשיבה מתמטית, ופחות לתכנית הלימודים ולתלות בהעברת החומר על ידי המורה וקבלת תשובות ממנה. באחד הראיונות, כאשר תלמיד התבקש להסביר את הסיבה לבחירת דרך הפתרון, הוא ציין כי

"ניתן לפתור את התרגיל מהר וניתן לא להצליח בכלל, וזה מראה על יותר חשיבה מתמטית".

כמו שצוין, גם במהלך העבודה על השאלון הם נתנו תחושה של אי-תלות במורה, והיו פחות לחוצים מחוסר הוודאות הנובעת מהתמודדות עם חומר חדש ושונה ממה שהיו רגילים אליו בתכנית הלימודים.

דיון ומסקנות

מטרת מחקר זה הייתה לבחון אם יש הבדלים מגדריים בכיוועי תלמידים בפתרון משוואות שנדרש בהן שימוש בחוש למבנה. שאלות המחקר בדקו את אם יש הבדלים כאלה, וגם אם יש הבדלים בין בנים לבנות בדרך הפתרון של משוואות הדורשות חוש למבנה.

שאלת המחקר הראשונה בדקה אם יש הבדלים בין בנים לבנות בהישגים שאליהם הגיעו בפתרון משוואות אשר נדרש בהן חוש למבנה. בן ששון-פורסטנברג (2001) טענה כי בישראל הישגי הבנים במתמטיקה ובמדעים המדויקים עולים על הישגי הבנות באופן מובהק. טענה זו אוששה חלקית בלבד במחקר זה. לא נמצא הבדל מהותי בממוצע שיעור ההצלחה בין הבנים לבנות. עם זאת, בכל השאלות למעט שאלות 2 ו-3 עלה שיעור ההצלחה של הבנים על זה של הבנות.

במחקר זה תלמידים רבים פתרו את התרגילים באופן טכני על ידי פרוצדורות אריתמטיות ואלגבריות שלמדו, ורק כשליש פנו לפתרון יעיל באמצעות זיהוי המבנה. אחוז נמוך זה מעיד שלתלמידים נטייה מוגבלת להפעיל שיקול דעת לפני שהם ניגשים לפתור, והם אינם בוחנים דרכים שונות לפתרון הבעיה. ממצא זה תואם בדיוק את זה של שנפלד (Schoenfeld, 1992) כי תלמידים נוטים לפנות לרעיון הראשון שנראה להם מתאים לפתרון, ללא תכנון וניתוח מעמיק של מאפייני הבעיה ונתונה. מתברר שהנטייה הטבעית שלנו בקבלת החלטות כבני אדם היא לפנות למוכר לנו מבעבר, גם כשהבחירה איננה בהכרח מתאימה (Ginat, 2007).

שאלת המחקר השנייה בדקה אם יש הבדלים בדרך הפתרון של משוואות הדורשות חוש למבנה בין בנים לבנות. ממצאי מחקר זה מחזקים את הטענה כי יש הבדלים בין בנים לבנות רק באסטרטגיה לפתרון בעיות ולא בהישגי המבחנים, בדיוק כפי שמצאו פנמה וקרפנטר (Fennema & Carpenter, 1998). תהליך הסוציאליזציה שונה בין בנים לבנות ומשפיע על ההעדפות שלהם ועל

דרכי ההתמודדות שלהם במתמטיקה (בן ששון-פורסטנברג, 2001). אפשר לזהות השפעות תהליך זה גם בממצאי מחקר זה.

הפנייה לחוש למבנה הייתה אמנם נמוכה בשני המינים, אך לאורך כל השאלון היו אחוזי הפנייה של הבנים לשימוש בחוש למבנה גבוהים יותר באופן עקבי מאשר אלה של הבנות. ככל שהתקדמו בפתרון השאלות ניכרת מגמה של צמצום בפערים אלו, ובשאלות המורכבות הצטמצם הפער לכדי 1% בלבד. ייתכן כי בנים נוטים להיות יותר תחרותיים ואימפולסיביים ולקחת יותר סיכונים (זורמן ודויד, 2000), ולכן יהססו פחות מבנות לנסות לפתור בעיות קשות שהדרך לפתרונן אינה ידועה להם.

השאלה היחידה שבה זוהה פער משמעותי בשיעורי ההצלחה, ודווקא לטובת הבנות, הייתה השאלה שהדרך היחידה לפתור אותה הייתה דרך של פתרון טכני. שאלה זו איזנה את שיעורי ההצלחה הכלליים. בתרגילים בעלי מאפיינים טכניים בנות הצליחו יותר מאשר בנים, והדבר הקטין מאוד את הפער הממוצע בין שיעורי ההצלחה של בנים ובנות בכלל השאלון.

בשאלות שבהן אפשר היה לבחור בין שתי אסטרטגיות פתרון נעזרו הבנים בחוש למבנה ופתרו נכונה בשיעור ממוצע גבוה מן הבנות. לעומת זאת, אחוז גבוה יותר של בנות הצליחו לפתור נכונה בטכניקה אלגברית ללא שימוש בחוש למבנה. הדבר מלמד כי כאשר יש שתי אפשרויות לפתרון הבנות בוחרות בדרך הטכנית הבטוחה, ואילו הבנים נוטים יותר לבחור באסטרטגיה אחרת. העובדה שהבנים הצליחו להפעיל אלגוריתם מתאים ובחרו בדרך היעילה לפתרון ואילו הבנות פנו לדרכים מוכרות ומוחשיות שהקשו מאוד על פתרון המשוואות תואמת את הממצאים של פנמה וקרפנטר (Fennema & Carpenter, 1998), ולפיהם בנות נטו להשתמש באסטרטגיות פתרון מוחשיות ובנים נטו להשתמש באסטרטגיות פתרון מופשטות יותר. ממצא זה דומה לממצאי מחקרה של אברהמי-עינת (2006), אשר טענה כי ההבדלים בין בנים לבנות אינם הבדלי יכולת, אלא הבדלים בגישה, בנטייה ובמידת הביטחון העצמי. ממצא זה תואם גם את מחקרו של גזית (2012), אשר טען כי גברים טובים יותר בפתירת בעיות בדרך מילולית ונשים טובות יותר בחישובים. גם במחקר הנוכחי הבנות נטו לפנות למקום הטוב והבטוח שלהן – חישובים. מכיוון שבחלק מן המקרים אסטרטגיה זו לא התאימה, ומטבע השימוש בה היא נוטה להוביל ליותר טעויות בדרך, הבנות שגו יותר. הבנים, לעומת זאת, בזכות ביטחונם העצמי הגבוה ויכולתם לתפקד טוב יותר במצב של אי-ודאות,

נטו יותר לשימוש בחוש למבנה אשר הקנה להם יתרון. אולם כאשר לא זיהו את המבנה, שיעור ההצלחה שלהם בשיטה האלגברית החישובית היה נמוך יותר, או שאחוז גבוה מתוכם התייאשו ולא פתרו כלל, כך שבסך הכול לא נמצאו הבדלים מהותיים בהישגים.

נראה כי במשוואה הראשונה, שבה המבנה המשותף הופיע באותו אגף של המשוואה, לא פנתה אף אחת מהבנות לחוש למבנה, ואחוז קטן מהבנים, 17% בלבד, פנה לחוש למבנה. ניכרת עלייה בפנייה לחוש למבנה הן מצד הבנים והן מצד הבנות בשאלה 4, שבה המבנה המשותף הופיע בשני אגפי המשוואה. ממצא זה מאשש את ממצאיהם של הוך ודרייפוס (Hoch & Dreyfus, 2004), ולפיהם אחוז התלמידים אשר השתמשו בחוש למבנה נמוך כאשר המשתנה מופיע באגף אחד של המשוואה, לעומת אחוז גבוה יותר כאשר המשתנה מופיע בשני אגפי המשוואה. ככל הנראה, הופעת המשתנה בשני אגפי המשוואה סייעה בזיהוי איברים דומים. מגמה שונה נצפתה בשאלה 5, שבה הייתה ירידה חדה בפנייה לחוש למבנה הן אצל הבנים והן אצל הבנות, אף שגם כאן נראה פער לטובת הבנים. ייתכן שאפשר להסביר ירידה זו בכך שכאשר נדרשת מניפולציה אלגברית כדי לזהות את המבנה המשותף מתקשים התלמידים בזיהויו. ממצאי שאלה 6 מחזקים הסבר זה. בתרגיל 6 נמשכה מגמת הירידה בפנייה לחוש למבנה, וכן ירידה בשיעורי ההצלחה. בתרגיל זה היו התלמידים צריכים לבחון את מבנה התרגיל, לבצע מניפולציה אלגברית כדי לזהות מבנה דומה, ונוסף על כך להבין איזו מניפולציה יש לבצע כדי לנצל את המבנה. תלמידים שלא עשו זאת הגיעו לביטוי אלגברי שממנו לא ידעו כיצד להמשיך. בניגוד לשאלות שבהן אפשר היה להישען על דרך אחרת, בשאלה זו מי שלא נסמך על חוש למבנה לא יכול היה להמשיך, וייתכן שזו הסיבה לאחוזי ההצלחה הנמוכים.

אף שלא נמצא ההבדל מהותי בהישגים אפשר היה לזהות הבדלים בין קבוצת הבנים והבנות בגישה, בהתייחסות ובסגנון הלמידה במהלך פתרון השאלות ולאחריו. התצפיות והשאלונים הראו כי הבנים היו בטוחים יותר בעצמם והעזו יותר. כאשר בנים התבקשו להסביר את הסיבות להצלחותיהם הם ייחסו את ההצלחה לעצמם ואת הכישלון לאחרים. הבנות, לעומת זאת, היו חסרות ביטחון והגיבו באופן הפוך. הן ייחסו את ההצלחה לאחרים ואת הכישלון לעצמן, והיו פתוחות פחות לפתור שאלון שחרג ממסגרת תכנית הלימודים וללא אלגוריתם מוכר. לדוגמה, תלמידה ציינה: "עשיתי כמו רובוט [...] אני יודעת שיש צריך לפתוח כשאני רואה משוואה.

ככה תמיד אמרו לנו. [...] ברור שהדרך השנייה, זה יותר מהיר, בשנייה אחת אפשר לפתור את זה. הדרך הראשונה מבלבלת, את יכולה לעשות הרבה טעויות כשלא שמים לב. לי זה קורה כל הזמן. אני פותחת, ואז הכול מתבלגן לי כשיש הרבה מספרים". ממצא זה מתיישב עם ממצאיהם של עמית ומובשוביץ-הדר (1989), אשר מצאו הבדל בין בנים לבנות בייחוס הצלחה וכישלון. לממצאים אלו משמעות חשובה, שכן מורים, כמו הורים, משפיעים על אמונות התלמידים כלפי עצמם ועל ביטחונם העצמי, ובכך משפיעים על הישגיהם ועל בחירותיהם העתידיות. אדם המייחס הצלחה לגורם קבוע ופנימי כמו יכולת אישית יצפה להישנות ההצלחה בעתיד ויתמיד בתחום שבו הצליח. באותה מידה, אדם המייחס כישלון להיעדר יכולות אישיות צופה להישנות הכישלון וסביר שיימנע מלהמשיך לעסוק בתחום שבו צפוי לו כישלון (Tiedemann, 2002).

להבדלים אלו יכולות להיות השלכות מקרו-חברתיות וכלכליות, שכן שאלת הפערים הבין-מגדריים במתמטיקה, המשקפת תמונת לימודים בהווה, עשויה גם לנבא התפתחות מקצועית בהמשך החיים, בחירת תחום לימודים, השתכרות עתידית, הגעה לעמדות מפתח והשפעה על החברה והכלכלה (Hyde, Fenemma & Lamon, מצוטטים אצל רפ, 2014).

המסקנה המתבקשת מכך היא כי חשוב מאוד שהמורים יהיו מודעים להבדלים המגדריים באופי החשיבה, בסגנון הלמידה ובאסטרטגיות הפתרון הנבחרות. חשוב לשים דגש על הכשרה מתאימה למורים ועל התאמת תכניות ההוראה כך שיענו על הצרכים השונים של בנים ובנות כדי לנסות למזער את הפער המגדרי.

במחקר הנוכחי כשליש מהתלמידים פנו לחוש למבנה ולהם היו אחוזי הצלחה גבוהים במיוחד (89%), וכשני שלישים ניסו לפתור את השאלות ללא זיהוי המבנה, ואחוזי ההצלחה שלהם היו נמוכים, (11%). מכאן נובע שייתכן קשר בין מידת ההצלחה בפתרון התרגיל ובין שימוש או אי-שימוש בחוש למבנה. רוב התלמידים שהשתמשו בחוש למבנה במהלך הפתרון הגיעו לתשובה נכונה. למרות זאת מרבית התלמידים, ובעיקר התלמידות, העדיפו את הדרך הארוכה והבטוחה יותר. הדבר מעיד על דרכי עבודה שולטות.

התרגילים שנכללו בשאלון שבו נעשה שימוש במחקר הנוכחי מתבססים על נושאים שנלמדו בהרחבה בכיתה ט', ולמרות זאת אחוזי ההצלחה בפתרון התרגילים – של הבנים ושל הבנות כאחד – לא היו גבוהים במיוחד, מתחת ל-45%, וירדו עוד ככל שדרכי הפתרון היו מורכבות יותר. מכאן אפשר להסיק כי ראוי להתאים את

תכנית הלימודים שתתייחס ביתר הדגשה לאפשרויות של שימוש במבנים אלגבריים דומים לצורך פיתוח חוש למבנה באלגברה. חשוב להכשיר מורים לעודד פיתוח אסטרטגיות פתרון מבוססות הבנה ופחות מכך שינון של אסטרטגיות פתרון מובנות ופנייה למוכר על ידי תרגול חוזר ונשנה של בעיות בכיתה ובבית. מומלץ אפוא לשלב בתהליך ההוראה את האסטרטגיה של חיפוש מאפיינים מיוחדים בשאלות, נוסף על האלגוריתמים השגורים שנלמדים בשיעורי המתמטיקה. אסטרטגיה זו תעודד הפעלה של בקרה ושיקול דעת התחלתי בתהליך הפתרון. כחלק מתכנית הוראה שיטתית מומלץ להוסיף בכל פרק לימוד כמה שאלות מיוחדות כדי לפתח אצל התלמידים מיומנויות מתאימות.

סיכום

ממצאי מחקר זה מלמדים כי יש התנגשות בין שתי גישות הוראה, והיום מושם דגש רב יותר על הבנה אינסטרומנטלית. שימוש בחוש למבנה הוא אסטרטגיית פתרון מעניינת, מעשירה וחיונית למגוון תחומי הלימוד במתמטיקה. לפיכך מומלץ להקדיש זמן להקנייתה באופן רשמי במסגרת הוראת המתמטיקה. רצוי ללמד מתי כדאי להשתמש בה, ולדון במוקדי הקושי ביישומה. רצוי גם להדגים את השימוש בה ולעודד את המודעות לפוטנציאל האפקטיבי הטמון בה במהלך הוראת תוכני לימוד מסוימים שבהם היא רלוונטית.

יש פערים מגדריים בדרך הפתרון, והתגלה שהבנות נוטות יותר לפתרונות פורמליים. הוצגו הסיבות להבדלים המגדריים וההשלכות החברתיות העתידיות שעלולות להיות להם. אין ספק שיש לתת את הדעת לממצאים אלו, להתאים את תכנית הלימודים ואת סגנון ההוראה כדי ליצור איזון נכון בין שתי גישות ההוראה, ולהתאים את ההוראה להבדלים הקיימים בסגנון הלמידה של בנים ובנות. הדבר יגביר את המודעות לאפליה ולסטראוטיפים הקיימים אצל המורים, ויש לקוות שיביא לצמצום הפער המגדרי.

מקורות

אברהמי-עינת, י' (1993). מסרים גלויים וסמויים במערכת החינוך הישראלי. בתוך: ר' שחר וי' אברהמי-עינת (עורכות), שוויון הזדמנויות לבנות ולבנים במערכת החינוך (עמ' 25-30). תל אביב: אוניברסיטת תל אביב ושדולת הנשים בישראל.

- אברהמי-עינת, י' (2006). הייצוג המגדרי בפרסומים לגיוס לומדים למדעים, לטכנולוגיה ולהנדסה. קריאת ביניים: ביטאון למורי מו"ט בחט"ב, 10, 28-32.
- ארבל, ב' (1990). אסטרטגיות לפתרון בעיות מתמטיות. תל אביב: האוניברסיטה הפתוחה.
- בן ששון-פורסטנברג, ש' (2001), מסמך רקע לדיון בנושא: הבדלים בן המינים במערכת החינוך. ירושלים: הכנסת – מרכז המחקר והמידע.
- גזית, א' (2004). הוראת מתמטיקה, עניין ויופי: הילכו יחדיו ואולי לא נועדו? בתוך: שרה גורי-רזונבליט (עורכת), מורים בעולם של שינוי (עמ' 329-355). רעננה: האוניברסיטה הפתוחה.
- גזית, א' (2012). זכר ונקבה ברא אותם: עמדות מורים למתמטיקה כלפי הבדלים מגדריים בחשיבה מתמטית. החינוך וסביבו, לד, 69-81.
- גירון, ת' (2009). תרומתן של בעיות בלתי שגרתיות. מספר חזק 2000, 17, 42-48.
- הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2013). נשים וגברים 1990-2011. סטטיסטיקל, 132, 1-18.
- הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (2016). זכאים לבגרות וסטודנטים בתחומי המדע והטכנולוגיה בישראל: תש"ע (2009/10)–תשע"ה (2014/15). (מקוון).
- וינר, ש' (2000). סיפוקו של הצורך בוודאות: אינטואיציה. על"ה, 26, 17-22.
- זורמן, ר' ודויד, ח' (2000). אפשר גם אחרת – בנות ונשים: הישגים ואתגרים. ירושלים: מכון הנרייטה סאלד ומשרד החינוך.
- מרלין, פ' (1995). השפעת גורמי סביבה או תורשה על הבדלים בתפקוד האינטלקטואלי בין המינים: ממצאים ישראלים. בתוך: נ' סגן וא' קצוביץ (עורכות), מצא מין את שוויונו, מקראה לעובדי הוראה (עמ' 48-57). ירושלים: משרד החינוך, התרבות והספורט.
- משרד החינוך והתרבות (2013). תכנית הלימודים החדשה במתמטיקה לכיתות ז, ח, ט. משרד החינוך, המזכירות הפדגוגית – מדעים אגף הפיקוח על הוראת המתמטיקה. (מקוון).
- סוזן, ע' (2000). ניתוח גישות תלמידים מהיחידה הקדם-אקדמית. על"ה, 25, 27-41.
- עמית, מ' ומובשוביץ-הדר, נ' (1989). הבדלים בין בנים לבנות בייחוס סיבות להצלחה ולכישלון בלימודי מתמטיקה. מגמות לב, 3, 361-373.
- פרידלנדר, א' (2008). כיצד פותרים... תרגילים? הצעה לתרגול מיומנויות אלגבריות. על"ה, 39, 11-18.
- רובין, ע' (2006). הבדלים מגדריים במדע: על טבע המדע והעוסקים בו – שונות כהזדמנות ללמידה. אאוריקה, 22, 1-11.

רפ, י' (2014). פערי הישגים בין בנים לבנות במתמטיקה ובשפה: מה אפשר ללמוד מניתוח פערים אלו בקרב תלמידי ישראל? ראמ"ה, הרשות הארצית למדידה והערכה בחינוך.

- Booth, L. R. (1981). Child-methods in secondary mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 12(1), 29-41.
- Hoch, M. & Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. In: M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 49-56. Bergen, Norway: PME.
- Fennema, E. & Carpenter, T. P. (1998). New perspectives on gender differences in mathematics: An introduction. *Educational Researcher*, 27(5), 4-5.
- Ginat, D. (2007). Hasty design, futile patching and the elaboration of rigor. In: *Proceedings of the 12th annual SIGCSE Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education*. (online).
- Linchevski, L. & Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173-196.
- Markovits, Z., Hershkowitz, R., & Bruckheimer, M. (1989). Number sense and nonsense. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 53-55.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In: D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning*, (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Steinberg, R. M., Sleeman, D. H., & Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalence of equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 112-121.
- Tiedemann, J. (2002). Teachers' gender stereotypes as determinants of teacher perceptions in elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 49-62.